*** Studio completo di una conica ***

Equazione della conica:

$y = x^2 - 6x + 1$

Tipo conica: **Parabola con asse parallelo all'asse y**

** Studio della seguente parabola **

$$y = x^2 - 6x + 1$$

** Equazioni della parabola **

Equzione implicita: $x^2 - 6x - y + 1 = 0$

Equzione esplicita: $y = x^2 - 6x + 1$

** Proprietà della parabola **

Equazione generica della parabola: $y = ax^2 + bx + c$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(1)(1) = 32$

Vertice: $\left(-\frac{b}{2a} \; ; \; -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(-\frac{-6}{2(1)} \; ; \; -\frac{32}{4(1)}\right) = (3; -8)$

Fuoco: $\left(-\frac{b}{2a} \; ; \; \frac{1-\Delta}{4a}\right) = \left(-\frac{-6}{2(1)} \; ; \; \frac{1-(32)}{4(1)}\right) = \left(3; -\frac{31}{4}\right)$

Asse: $x = -\frac{b}{2a} \rightarrow x = -\frac{-6}{2(1)} \rightarrow x = 3$

Direttrice: $y = -\frac{1+\Delta}{4a} \rightarrow y = -\frac{1+(32)}{4(1)} \rightarrow y = -\frac{33}{4}$

** Intersezioni con gli assi cartesiani **

Intersezione con l'asse delle ordinate

Si mette a sistema l'equazione della parabola con l'equazione dell'asse delle ordinate

$$\begin{pmatrix} x = 0 \\ y = x^2 - 6\,x + 1 \end{pmatrix} \rightarrow (\,0;1\,)$$

Intersezione con l'asse delle ascisse

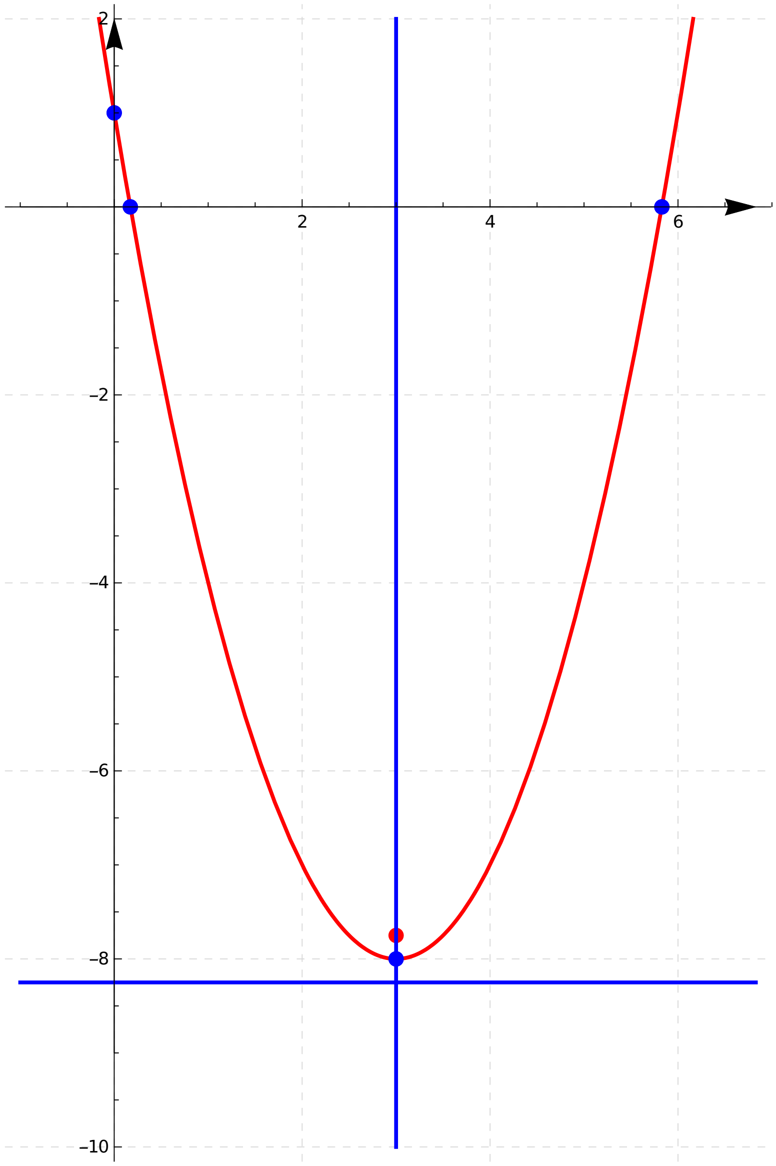
$\Delta > 0$ quindi il seguente sistema che determina
le intersezioni con l'asse delle ascisse ammette due soluzioni distinte:

$$\begin{pmatrix} y = 0 \\ y = x^2 - 6\,x + 1 \end{pmatrix} \rightarrow \left(3 - 2\sqrt{2}\,;0\right) \quad \left(3 + 2\sqrt{2}\,;0\right)$$

La parabola ammette quindi le seguenti intersezioni:

$$(\,0;1\,) \quad \left(3 - 2\sqrt{2}\,;0\right) \quad \left(3 + 2\sqrt{2}\,;0\right)$$

** Grafico **



**** Rappresentazione matriciale ****

Matrice dei coefficienti: $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$

Determinante della matrice dei coefficienti: $\Delta_A = \frac{1}{4}$

Matrice dei termini quadratici: $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Determinante della matrice dei termini quadratici: $\mathbf{\Delta_B = 0}$

Autovalori: $\boldsymbol{\lambda_1=-1}$; $\boldsymbol{\lambda_2=0}$

Autovettori: $\mathbf{v_1}=\begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$; $\mathbf{v_2}=\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$

Matrice degli autovettori: $\mathbf{AV_B} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$