*** Studio completo di una conica ***

Equazione della conica:

$$\mathbf{x^2 - 4\,y^2 = 16}$$

Tipo conica: **Iperbole in forma canonica**

** Studio della seguente iperbole **

$$x^2 - 4\,y^2 = 16$$

** Equazioni dell'iperbole**

Equazione implicita: $x^2 - 4\,y^2 - 16 = 0$

Equazione canonica: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$

Equazione parametrica: $\begin{pmatrix} x = 4\cosh(t) \\ y = 2\sinh(t) \end{pmatrix}$ $\quad t \in [0,2\pi[$

** Proprietà dell'iperbole **

Equazione generica in forma canonica: $\frac{(x - x_C)^2}{a^2} - \frac{(y - y_C)^2}{b^2} = \pm 1$

Centro: $(x_C \;;\; y_C) = (0;0)$

Assi di simmetria:

Le lunghezze degli assi sono dati dai valori dei parametri a e b

Lunghezza dell'asse parallelo all'asse delle ascisse: $a = 4$

Lunghezza dell'asse parallelo all'asse delle ordinate: $b = 2$

Per decidere quale dei due assi é l'asse focale si guarda il valore a destra dell'uguale (± 1)*:*

$+1$*: l'asse focale é quello orizzontale:* $y = y_C$

-1*: l'asse focale é quello verticale:* $x = x_C$

Asse focale: $y = 0$

Asse non focale: $x = 0$

Lunghezza dell'asse focale: 8

Lunghezza dell'asse non focale: 4

Asintoti:

Gli asintoti sono dati dalle seguenti equazioni: $y - y_C = \pm\frac{b}{a}(x - x_C)$

$$y = \pm\frac{1}{2}(x) \rightarrow \begin{pmatrix} x - 2y = 0 \\ x + 2y = 0 \end{pmatrix}$$

Vertici:

$V_1(4 \;;\; 0)$ $V_2(-4 \;;\; 0)$

Fuochi:

$F_{1,2}(x_C \pm c \;;\; y_C)$

$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$

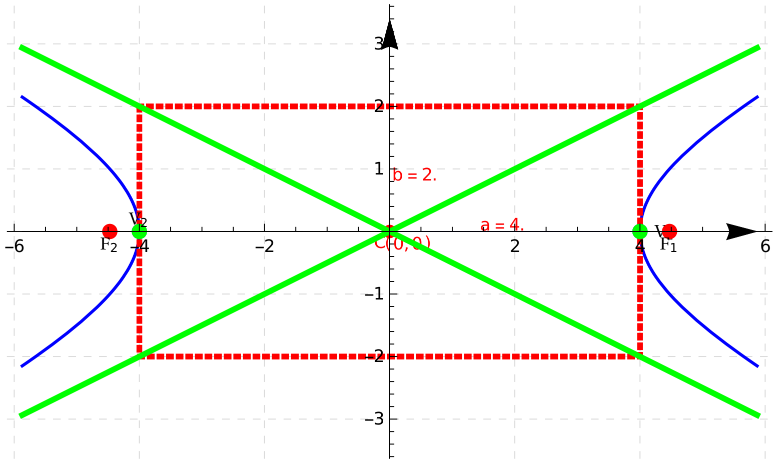
$F_1\left(2\sqrt{5} \;;\; 0\right)$ $F_2\left(-2\sqrt{5} \;;\; 0\right)$

$$\text{Eccentricitá} = \frac{c}{\text{semiasse focale}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1.12$$

Intersezioni con gli assi cartesiani:

$(-4;0)$ $(4;0)$

** Grafico **



** Passaggi per determinare l'equazione in forma canonica **

$$x^2 - 4\,y^2 = 16$$

$$x^2 - 4y^2 = 16$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{4y^2}{16} = \frac{16}{16}$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$$

**** Rappresentazione matriciale ****

Matrice dei coefficienti: $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -16 \end{pmatrix}$

Determinante della matrice dei coefficienti: $\Delta_A = 64$

Matrice dei termini quadratici: $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$

Determinante della matrice dei termini quadratici: $\Delta_B = -4$

Autovalori: $\lambda_1 = -4$; $\lambda_2 = 1$

Autovettori: $\mathbf{v_1}=\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$; $\mathbf{v_2}=\begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$

Matrice degli autovettori: $\mathbf{AV_B} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$