*** Studio completo di una conica ***

Equazione della conica:

$$\mathbf{4\,x^2 - 8\,x + 9\,y^2 + 36\,y + 4 = 0}$$

Tipo conica: **Ellisse con assi paralleli agli assi cartesiani**

** Studio della seguente ellisse **

$$4\,x^2 - 8\,x + 9\,y^2 + 36\,y + 4 = 0$$

** Equazioni dell'ellisse**

Equazione implicita: $4\,x^2 - 8\,x + 9\,y^2 + 36\,y + 4 = 0$

Equazione canonica: $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$

Equazione parametrica: $\begin{pmatrix} x = 1+3\cos(t) \\ y = -2+2\sin(t) \end{pmatrix}$ $\quad t \in [0, 2\pi[$

** Proprietà dell'ellisse **

Equazione generica in forma canonica: $\frac{(x-x_C)^2}{a^2} + \frac{(y-y_C)^2}{b^2} = 1$

Centro: $(x_C \;;\; y_C) = (1;-2)$

Assi di simmetria:

Le lunghezze degli assi sono dati dai valori dei parametri $2a$ *e* $2b$

Lunghezza dell'asse parallelo all'asse delle ascisse: $2a = 6$

Lunghezza dell'asse parallelo all'asse delle ordinate: $2b = 4$

L'asse focale é la retta passante per il centro parallela ad uno degli assi
La scelta é data dal maggiore dei valori a e b

Asse focale: $y = -2$

Asse non focale: $x = 1$

Lunghezza dell'asse focale: 6

Lunghezza dell'asse non focale: 4

Vertici:

$V_1(4\ ;\ -2)\quad V_2(1\ ;\ 0)\quad V_3(-2\ ;\ -2)\quad V_4(1\ ;\ -4)$

Fuochi:

$F_{1,2}(x_C \pm c; y_C)$

$c = \sqrt{|a^2 - b^2|} = \sqrt{|9-4|} = \sqrt{5}$

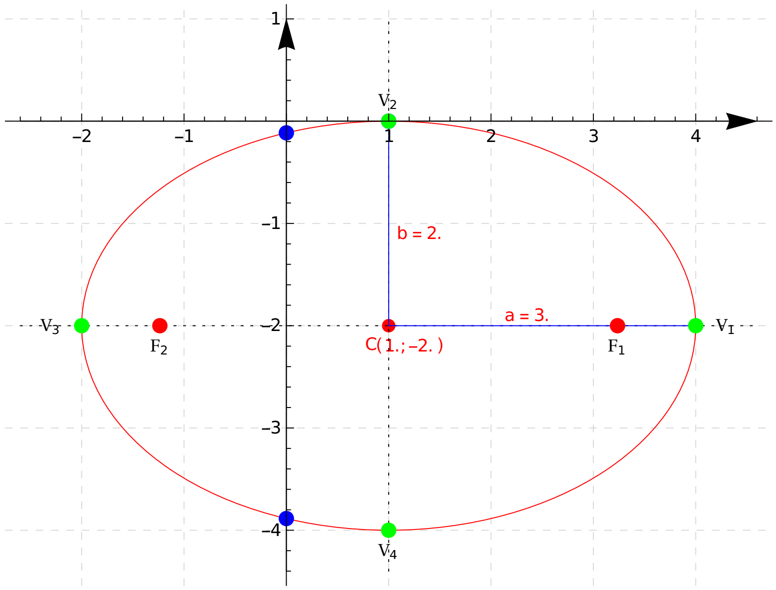
$F_1\left(1 + \sqrt{5}\ ;\ -2\right)\quad F_2\left(1 - \sqrt{5}\ ;\ -2\right)$

$$\text{Eccentricitá} = \frac{c}{\text{semiasse focale}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \approx 0.745$$

Intersezioni con gli assi cartesiani:

$(1;0)\quad \left(0;-\frac{2}{3}\left(3+2\sqrt{2}\right)\right)\quad \left(0;\frac{2}{3}\left(2\sqrt{2}-3\right)\right)$

** Grafico **



** Passaggi per determinare l'equazione in forma canonica **

$$4x^2-8x+9y^2+36y+4=0$$

$$4(x^2-2x)+9(y^2+4y)+4=0$$

$$4(x^2-2x+1-1)+9(y^2+4y+4-4)+4=0$$

$$4(x^2-2x+1)-1+9(y^2+4y+4)-4\cdot 9+4=0$$

$$4(x^2-2x+1)-4+9(y^2+4y+4)-36+4=0$$

$$4(x^2-2x+1)+9(y^2+4y+4)=36$$

$$4(x-1)^2+9(y+2)^2=36$$

$$\frac{4(x-1)^2}{36}+\frac{9(y+2)^2}{36}=\frac{36}{36}$$

$$\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{4}=1$$

**** Rappresentazione matriciale ****

Matrice dei coefficienti: $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -4 \\ 0 & 9 & 18 \\ -4 & 18 & 4 \end{pmatrix}$

Determinante della matrice dei coefficienti: $\Delta_A = -1296$

Matrice dei termini quadratici: $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$

Determinante della matrice dei termini quadratici: $\Delta_B = 36$

Autovalori: $\lambda_1=9$; $\lambda_2=4$

Autovettori: $v_1=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $v_2=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Matrice degli autovettori: $AV_B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$