

*** Tangenti ad una conica γ passanti per un punto P ***

$$\gamma) y = \frac{x-2}{x+1} \quad P(-1;3)$$

L'equazione della conica si può esprimere anche nel seguente modo:

$$\gamma) xy - x + y + 2 = 0$$

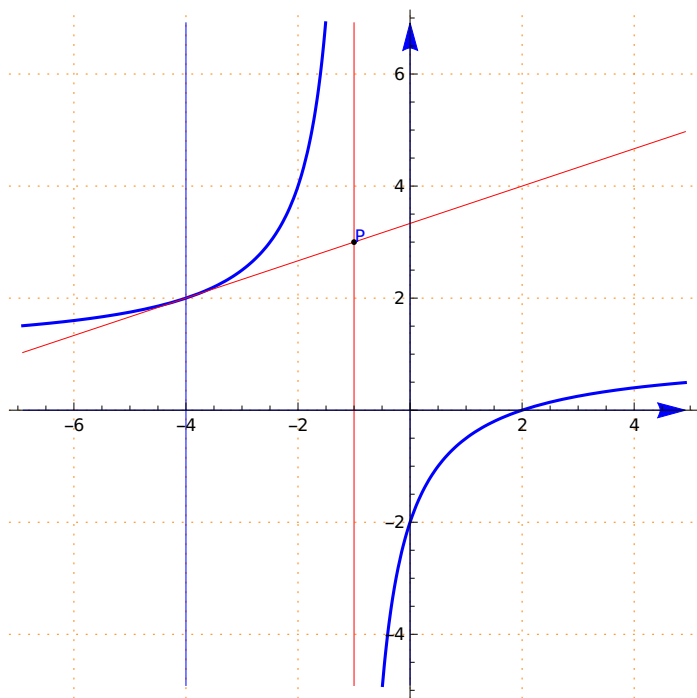
*** Risultato ***

$$t \rightarrow x - 3y + 10 = 0$$

$$t \rightarrow y = \frac{x}{3} + \frac{10}{3}$$

Il punto P appartiene all'asintoto di equazione $x + 1 = 0$
quindi si prende tale asintoto come seconda tangente (tangente nel punto all'infinito)

*** Grafico ***



Procedimento

Si determina prima la polare alla conica rispetto al punto dato

Per determinare la polare si possono applicare le seguenti sostituzioni all'equazione della conica

$$\begin{cases} x^2 \rightarrow x_0 x \\ y^2 \rightarrow y_0 y \\ xy \rightarrow \frac{y_0 x + x_0 y}{2} \\ x \rightarrow \frac{x_0 + x}{2} \\ y \rightarrow \frac{y_0 + y}{2} \end{cases}$$

Dove x_0 e y_0 sono le coordinate del punto P

Oppure si può applicare la seguente formula matriciale

$$(x \ y \ 1) \cdot M \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dove x_0 e y_0 sono le coordinate del punto P e M é la matrice associata alla conica

*** Svolgimento ***

Determinazione della polare

$$\left(\frac{y+3}{2} \right) = \frac{\left(\frac{x-1}{2} \right) - 2}{\left(\frac{x-1}{2} \right) + 1}$$

$$\frac{y+3}{2} = \frac{\frac{x-1}{2} - 2}{\frac{x-1}{2} + 1}$$

$$\text{polare} \rightarrow x + 4 = 0$$

Intersezione della polare con la conica

$$\begin{cases} xy - x + y + 2 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 4 = 0 \\ +(x + 1)y + (2 - x) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ (-4)y + y - (-4) + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ 6 - 3y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ -y + 2 = 0 \end{cases}$$

Risoluzione della seguente equazione:

$$2 - y = 0$$

*** Svolgimento ***:

$$2 - y = 0$$

$$-y = -2$$

Soluzione:

$$y = 2$$

Sostituzione delle soluzioni nella 1^a equazione:

$$\begin{cases} x_1 = -4 \\ y_1 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -4 \\ y_1 = 2 \end{cases}$$

* Soluzioni finali del sistema *

$$\begin{cases} x_1 = -4 \\ y_1 = 2 \end{cases}$$

Le tangenti sono quindi le rette passanti per P e per i punti di intersezione della polare con la conica

Unica tangente $\rightarrow t$

Formula da applicare:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Svolgimento:

$$\frac{x - (-1)}{(-4) - (-1)} = \frac{y - (3)}{(2) - (3)}$$

$$\frac{x+1}{-3} = \frac{y-3}{-1}$$

$$(-1)(x+1) = (-3)(y-3)$$

$$-x-1 = 9-3y$$

$$-x+3y-10=0$$

Equazioni finali della retta:

Equazione in forma implicita

$$x - 3y + 10 = 0$$

Equazione in forma esplicita rispetto alla y

$$y = \frac{x}{3} + \frac{10}{3}$$

Equazione in forma esplicita rispetto alla x

$$x = 3y - 10$$