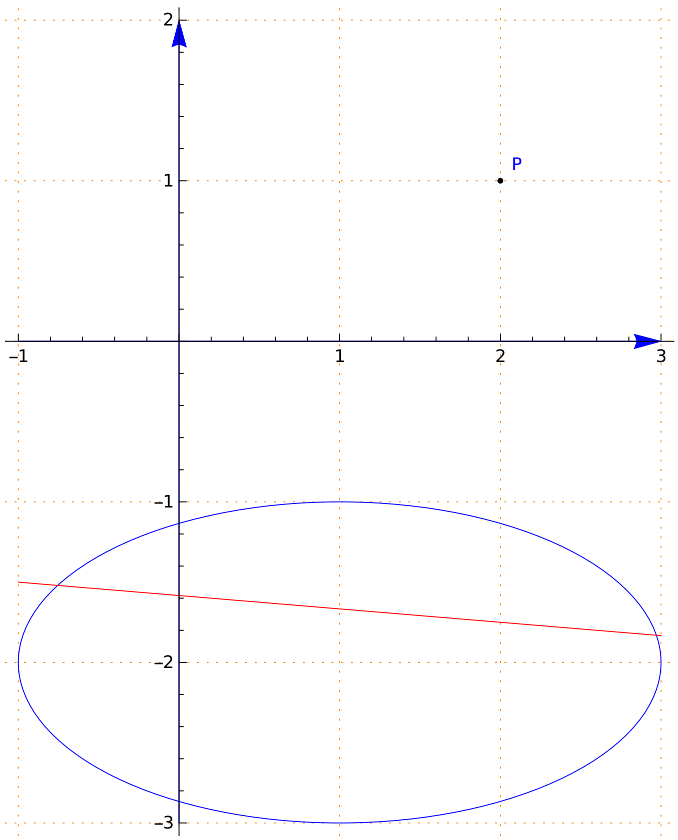
*** Polare della conica γ rispetto al punto P ***

$\gamma)\ (x-1)^2+4\,(y+2)^2=4 \qquad P(\,2;1\,)$

*** Risultato ***

p) $x+12\,y+19=0$

*** Grafico ***



*** Svolgimento ***

Per la determinazione della polare si possono utilizzare due metodi:

1) Si applicano le seguenti sostituzione nell'equazione della conica

$$\begin{cases} x^2 \to x_0 x \\ y^2 \to y_0 y \\ xy \to \frac{x_0 y + y_0 x}{2} \\ x \to \frac{x_0 + x}{2} \\ y \to \frac{y_0 + y}{2} \end{cases}$$

dove x_0 e y_0 sono le coordinate del punto P

2) Si applica la seguente formula matriciale

$$\begin{pmatrix} x & y & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathrm{M} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

dove M é la matrice associata alla conica e x_0 e y_0 sono le coordinate del punto P

1) Applicazione delle sostituzioni:

$$\left(\left(\frac{x+2}{2}\right) - 1\right)^2 + 4\left(\left(\frac{y+1}{2}\right) + 2\right)^2 = 4$$

$$\left(\frac{x+2}{2} - 1\right)^2 + 4\left(\frac{y+1}{2} + 2\right)^2 = 4$$

p) $x + 12\,y + 19 = 0$

2) Applicazione della formula matriciale:

$$\begin{pmatrix} x & y & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 8 \\ -1 & 8 & 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x(1) + y(0) + (-1) & x(0) + y(4) + (8) & x(-1) + y(8) + (13) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x - 1 & 4\,(y+2) & -x + 8\,y + 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$(x-1)(2)-x+4(y+2)(1)+8y+13=0$

p) $x+12y+19=0$